

Walcker

Hausmitteilung Nr. 42

Juni 1971

E. F. Walcker & Cie.
Orgelbau

D 7140 Ludwigsburg, Postfach 1148, Tel. (07141) 23018
D 6601 Hanweiler bei Saarbrücken, Tel. (06805) 226
A 2356 Guntramsdorf bei Wien, Tel. (02236) 4591

Erforschung und Planung des Orgelklanges

von Dr. Ing. H. Ising, Berlin

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden einige Ergebnisse der ersten quantitativen Theorie der Klangerzeugung labialer Orgelpfeifen mitgeteilt. Daraus werden

1. Die Einflüsse verschiedener Pfeifenparameter erklärt,
2. der optimale Arbeitspunkt von Labialpfeifen bestimmt und
3. eine Berechnungsgrundlage geschaffen, die es gestattet, den Gesamtklang des Plenums und die Stärke jedes Einzelregisters in dem geplanten Aufstellungsraum vorherzubestimmen.

Einleitung

Um in das Verständnis der Wirkungsweise von Pfeifen und Flöten einzuführen, wird im Folgenden eine Beschreibung von H. von Helmholtz (Literatur I) zitiert.

»Wie eine Gasflamme von jedem Luftstrom, der ihre Fläche trifft, fortgeweht und gegen die eine oder andere Seite geneigt wird, so auch der blattförmige Luftstrom an der Mündung einer Orgelpfeife. Die Folge davon ist, daß zur Zeit, wo die Oszillation der in der Pfeife enthaltenen Luftmasse die Luft durch die Enden der Pfeife eintreten macht, auch der blattförmige Luftstrom des Mundstückes nach innen geneigt wird, und nun seine ganze Luftmenge in das Innere der Pfeife treibt. Während der entgegengesetzten Schwingungsphase dagegen, wo die Luft durch die Enden der Pfeife austritt, wird auch das Luftblatt seine ganze Masse nach außen werfen.

Es kommt dabei in Betracht, daß der blattförmige Luftstrom Zeit braucht, um die Breite der Mündung der Pfeife zu passieren, während dieser Zeit der Einwirkung der schwingenden Luftsäule ausgesetzt ist und erst am Ende dieser Zeit an die Lippe gelangt, wo die beiden Wege nach außen und innen sich scheiden. Jedes hinzugeblasene Luftteilchen trifft also im Innern der Pfeife eine etwas spätere Phase der Schwingung als die war, der es bei seinem Weg über die Öffnung ausgesetzt war.«

Diese klassische Beschreibung der Klangerzeugung hat noch heute Gültigkeit. Darüber hinaus ist es nun aber nach einer Forschungszeit von fünf Jahren unter Einsatz moderner technischer Hilfsmittel gelungen, die Grundlage zu einer quantitativen Theorie des Pfeifenklanges zu liefern.

Bedingung für selbsterregte Schwingungen

Wie schon aus der Beschreibung von Helmholtz hervorgeht, entsteht in der Pfeife eine selbsterregte Schwingung. Die Schwingung im Pfeifenmaul steuert den Luftstrahl, der pendelnde Luftstrahl wiederum erhält die Schwingung aufrecht.

Schon Helmholtz erwähnt in seiner Erklärung des Pfeifenmechanismus, daß die steuernde Schwingung im Pfeifenmaul und die Schallanregung nicht synchron verlaufen. Die Maximalwerte zum Beispiel werden nicht gleichzeitig erreicht. Diese Zeitdifferenz, bezogen auf die Periodendauer der Schwingung, ist für die Anregung von großer Bedeutung. Sie verursacht in der Regel eine Abweichung der Pfeifenfrequenz von der Resonanzfrequenz und bestimmt zusammen mit Luftzufuhr und den Resonanzeigenschaften der Pfeife die Schwingungsamplitude. Um die Wirkung dieser Zeitdifferenz zu verstehen, stellen wir uns zwei Grenzfälle vor. Im ersten Fall soll der Luftstrahl dann in die Pfeife hineinblasen, wenn die Wechselbewegung der Luftteilchen auch gerade in die Pfeife gerichtet ist (Bild 1). Hierdurch wird offensichtlich die Schwingung

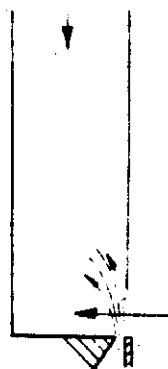


Abb. 1 Windband und Wechselbewegung der Schallschwingung sind gleichzeitig in die Pfeife gerichtet (Rückkopplung)

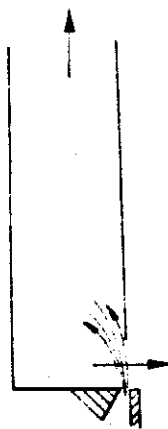


Abb. 2 Windband und Schallwechselbewegung sind in jedem Zeitpunkt entgegengerichtet (Gegenkopplung)

in der Pfeife verstärkt. Bei einer großen Zeitdifferenz ist aber auch der Fall denkbar, daß der Strahl in die Pfeife hineinbläst, während die Wechselbewegung nach außen gerichtet ist (Bild 2). Hier arbeitet der Strahl der Schwingung in der Pfeife entgegen, er schwächt sie. Den ersten Fall nennt man Rückkopplung den zweiten Gegenkopplung. Bei Gegenkopplung kann natürlich keine Pfeifenschwingung bestehen, aber in einem weiten Bereich um die optimale Rückkopplungszeitdifferenz herum, existieren Pfeifenschwingungen mit unterschiedlichen Frequenzen und Amplituden. Das Maximum der Amplituden wird erreicht, wenn die Anregung gegenüber der Pfeifenschwingung um ein Viertel Periodendauer vorverschoben ist. Hier stimmt die Pfeifenfrequenz mit der Grundresonanzfrequenz überein. Wird die Zeitdifferenz größer, so erhöht sich die Frequenz, wird sie kleiner, so erniedrigt sich die Frequenz. In beiden Fällen nimmt die Amplitude des Grundtones ab. Die Zeitdifferenz von einem Viertel Periodendauer zwischen Anregung und Pfeifenschwingung führt also zur optimalen Ausnutzung der Anregungsenergie. Wir haben hier einen Bezugspunkt vor uns, von dem aus jede Pfeifenschwingung beurteilt werden kann. Es ist dabei keineswegs wünschenswert, daß alle Pfeifen an ihrem Optimalpunkt betrieben werden. Durch bewußte Abweichung von diesem Punkt können gezielte Klangfarbenänderungen erreicht werden. Bevor wir aber diesen Optimalpunkt ableiten, wollen wir erst die Wirkungsweise der Pfeifenschwingungen näher kennenlernen.

Strahlbewegung

Von großer Wichtigkeit für das Verständnis der Wirkungsweise der Pfeife ist das Verständnis der Strahlbewegung im Maul einer Orgelpfeife. Will man einen Bewegungsvorgang studieren, so filmt man ihn am besten. In unserem Fall treten dabei natürlich Schwierigkeiten auf. Der Luftstrahl ist unsichtbar und die Bewegung außerdem für das Auge viel zu schnell. Es wurde deshalb eine Interferometeroptik aufgebaut und für die Aufnahmen eine Hochfrequenzkamera mit einer maximalen Bildfrequenz von 10000 Bildern/sec. verwendet (Literatur II). Diese dürren Worte beinhalten mühevoll experimentelle Arbeit von mehr als zweijähriger Dauer, aber die Ergebnisse lohnten die Mühe. Der Strahl im Pfeifenmaul wurde trotz seiner Turbulenz ausgezeichnet scharf abgebildet. Bei einfacheren optischen Verfahren erscheint der Strahl wie ein unklares Rauchgebilde. Hier dagegen umschließen eine Anzahl scharfer Interferenzlinien die Strahlmitte, so daß ein quantitativer Vergleich mit berechneten Strahlformen möglich war (siehe Bild 3).

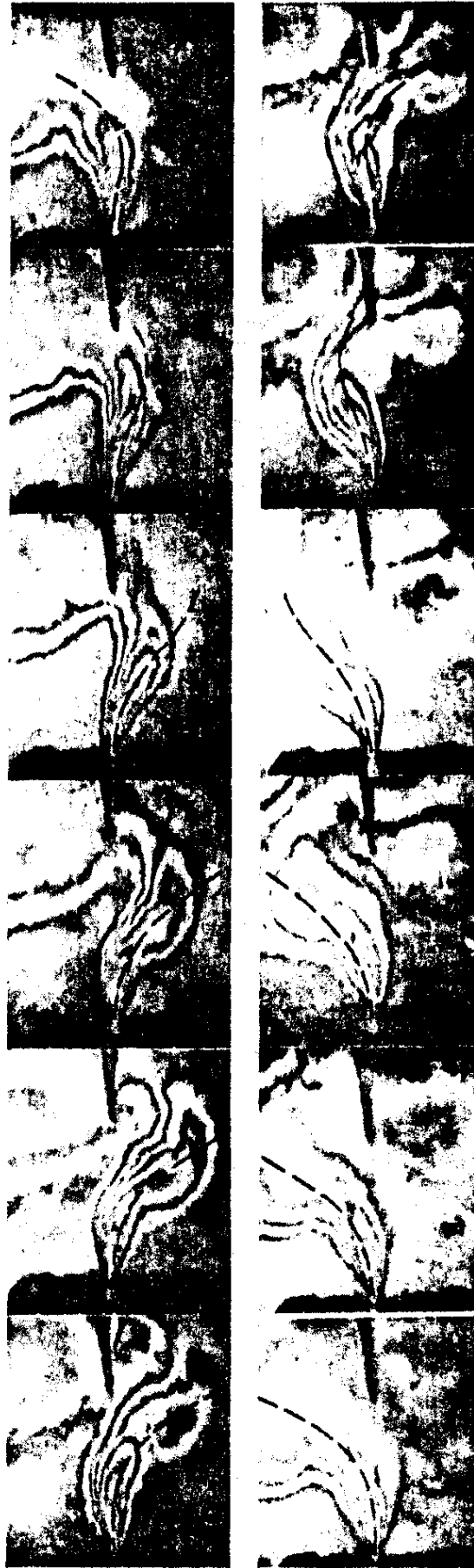


Abb. 3 Interferometrische Aufnahmen der Strahlform im Pfeifenmaul (Abstand zwischen den Bildern: $\frac{1}{12}$ Periodendauer)

gestrichelt: berechnete Strahlmittellinien

Versuchspfeife: Offene Holzpfeife mit quadratischer Querschnittsfläche $10 \times 10 \text{ cm}^2$,
 Maulhöhe 3 cm, Kernspaltweite 2 mm, Frequenz 126 Hz, Betriebsdruck 80 mm WS

Die Filme zeigten, daß die Strahlbewegung Ähnlichkeit mit einer Seilwelle hat. Nimmt man ein Ende eines Seils in die Hand und bewegt die Hand periodisch auf und ab, so läuft eine Wellenbewegung von der Hand fort. Die Hauptunterschiede zur Welle im Pfeifenmaul bestehen nun darin, daß Letzere in Strahlrichtung anwächst und außerdem der Ausgangspunkt der Welle, die Kernspalte, festliegt. Dafür führt aber die umgebende Luft eine periodische Bewegung aus. Um diesem Tatbestand gerecht zu werden, addiert man zu der Wellenbewegung die Bewegung der umgebenden Luft, die wie ein Kolben im Pfeifenmaul hin- und herschwingt. Hat der Anfangspunkt der Wellenbewegung – bei der Seilwelle die Hand – eine Auslenkung nach rechts, so muß die Auslenkung der Umgebung genauso groß, aber nach links gerichtet sein. Die Summe beider Bewegungen ist dann am Anfangspunkt immer in Ruhe. In der Sprache der Mathematiker wird das die Erfüllung einer Randbedingung genannt.

Bei genauerer Betrachtung der Filme erkennt man aber noch eine zweite Randbedingung, die der Strahl erfüllt. Er tritt immer mit senkrechter Tangente aus der Kernspalte aus. Das sieht so aus wie eine an einem Ende eingespannte Blattfeder, die am anderen Ende bewegt wird. Den Gegensatz dazu bildet ein an einem Ende drehbar gelagerter Stab. Diese weitere Bedingung bedeutet also, daß am Spalt kein Knick entstehen darf. Sie läßt sich durch Addition einer weiteren freien Welle erfüllen. Dadurch kann man erreichen, daß sich die Tangentenwinkel beider Wellen an der Kernspalte stets gegenseitig aufheben. Es sei noch bemerkt, daß die Luft im Pfeifenmaul nur dann wie ein Kolben schwingt, wenn die Pfeife ohne Luftstrahl durch eine fremde Schallquelle angeregt wird. Schwingt der Strahl im Pfeifenmaul, so existiert nur die Summe der drei Bewegungen, nicht aber eine der Bewegungen allein (Bild 4).

Um die Strahlform vollständig berechnen zu können, brauchen wir nun die Wellenlängen der Strahlwellen und die Amplitude der Schwingung. Die Schwingungsamplitude ist dem Schalldruck in der Pfeife direkt proportional und kann leicht aus diesem berechnet werden. Schwieriger ist die Bestimmung der Strahlwellenlänge, aber schon früher wurden ähnliche Probleme behandelt. So untersuchte bereits im Jahre 1880 Lord Rayleigh die Stabilität eines Strahls (Literatur III). Ihn interessierte aber nicht der Pfeifenton, sondern der Schneidenton. Dieser entsteht, wenn ein Luftstrahl aus einer Spalte gegen eine Schneide bläst. Es fehlt also lediglich der Pfeifenresonator. Deshalb glaubte man auch bisher, daß der Mechanismus der Strahlbewegung im Pfeifenmaul mit der Strahlbewegung des Schneidentones praktisch gleichzusetzen wäre. Das ist aber ein schwerer Irrtum. Beim Schneidenton ist nämlich die Strahlwellenlänge durch den Abstand zwischen Spalt und Schneide fest vorgegeben. Bei veränderlicher Strahlgeschwindigkeit bleibt diese Wellenlänge konstant und die Tonfrequenz wächst proportional mit der Strahlgeschwindigkeit. Bei der Pfeife sind die Verhältnisse genau umgekehrt. Mit der Strahl-

geschwindigkeit wächst die Strahlwellenlänge, das zeigen die Filme. Die Pfeifenfrequenz bleibt aber bis auf Abweichungen von einigen Prozent konstant. Durch Umkehr der Fragestellung können wir also die Rayleighsche Rechnung auch für die Pfeife anwenden. Rayleigh fragte nach der Frequenz des Schneidentons bei vorgegebener Strahlwellenlänge – wir fragen nach der Strahlwellenlänge bei vorgegebener Frequenz. Bei beiden Fragestellungen ändert sich die gesuchte Größe mit der Strahlgeschwindigkeit. Auf diese Weise wurden die Strahlwellenlängen für verschiedene Strahlgeschwindigkeiten bestimmt und mit Hilfe einer elektronischen Rechenanlage je 12 Strahlformen pro Periodendauer berechnet. Diese theoretischen Strahlformen wurden in Vergrößerungen aus den Filmen eingezeichnet (s. Bild 3) und so die gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment nachgewiesen (Literatur IV).

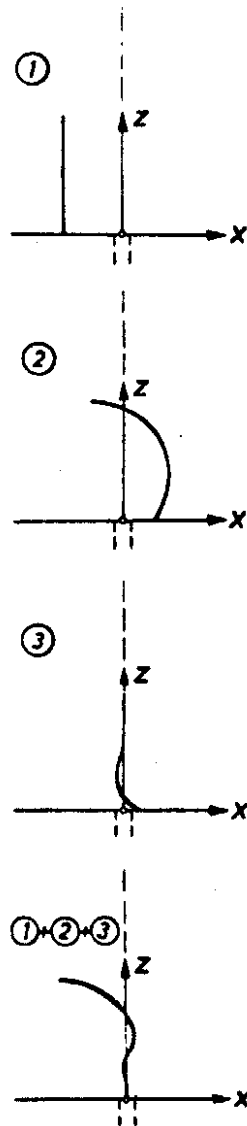


Abb. 4 Gedankliche Zusammensetzung der Strahlbewegung aus einer erzwungenen Schwingung 1 und zwei freien, anwachsenden Wellen 2 und 3

Einflüsse einzelner Pfeifenparameter

Nach diesem grundlegenden Verständnis der Strahlbewegung im Pfeifenmaul wollen wir nun die Einflüsse verschiedener Pfeifenparameter beschreiben und erklären. Neben dem Betriebsdruck soll die Bedeutung der geometrischen Maße der Pfeife, Resonator-Länge und -Durchmesser, Maulbreite und -höhe und Kernspaltweite zuerst qualitativ und dann quantitativ erfaßt werden. Außerdem werden die Einflüsse der Austrittsrichtung des Windbandes aus der Kernspalte und die Wirkung von Bärten kurz beschrieben und erläutert.

Betriebsdruck

Läßt man den Betriebsdruck in einer Labialpfeife vom Werte null an langsam wachsen, so ertönen häufig zuerst in engen Druckbereichen Vorläufertöne in der Lage des Grundtons und der ersten Obertöne. Danach setzt bei einem bestimmten Betriebsdruck der eigentliche Pfeifenton in der Grundtonlage ein. Bei weiterer Steigerung des Druckes wächst der Schalldruckpegel und die Frequenz bis die Pfeife überbläst.

Für den Orgelbau ist der Bereich des nichtüberblasenden Pfeifentones am wichtigsten, dieser soll hier näher behandelt werden. Bild 5 zeigt die von einer Pfeife abgestrahlte Schalleistung in Abhängigkeit vom Betriebsdruck. Es ist dabei sowohl die Gesamtschalleistung als auch die Leistung des Grundtones allein aufgetragen. Die Differenz zwischen den beiden Kurven in Bild 5 stellt die Schalleistung der Obertöne des Pfeifenklanges dar. Diese Messungen zeigen also, wie mit dem Betriebsdruck erstens die abgestrahlte Schalleistung zunimmt und zweitens der Klang obertonreicher wird.

Bild 6 stellt die Änderung der Pfeifenfrequenz mit dem Anblasdruck dar. Wichtig ist, daß die Grundfrequenz der angeblasenen Pfeife anfänglich niedriger liegt als die Resonanzfrequenz der Pfeife (meßbar durch Aufnahme der Resonanzkurve der Pfeife bei künstlicher Anregung mit einem Lautsprecher; berechenbar aus der Pfeifenlänge unter Berücksichtigung der Längenkorrektur am Pfeifenmaul und der oberen Resonatoröffnung), bei höheren Betriebsdrucken diese aber häufig übersteigt.

Obwohl die beschriebene Frequenzänderung prozentual sehr gering ist, ist sie doch die eigentliche Ursache für die Klangfarbenänderung.

Durch die Form der Pfeife ist eine ganze Reihe von Resonanzstellen gegeben. Die Resonanzfrequenzen liegen aber nicht exakt harmonisch. Die oberen Resonanzen sind vielmehr etwas höher als die entsprechenden ganzzahligen Vielfachen der Grundresonanz (Bild 7a). Mit wachsendem Durchmesser bezogen auf die Pfeifenlänge nimmt diese Abweichung von der harmonischen Lage zu (Lit. V). Bei anderen Pfeifenformen (z. B. konisch) oder zusammengesetzten Pfeifenresonatoren (Rohrflöte) sind die Lagen der Oberresonanzen sehr stark gegenüber der harmonischen Lage verändert.

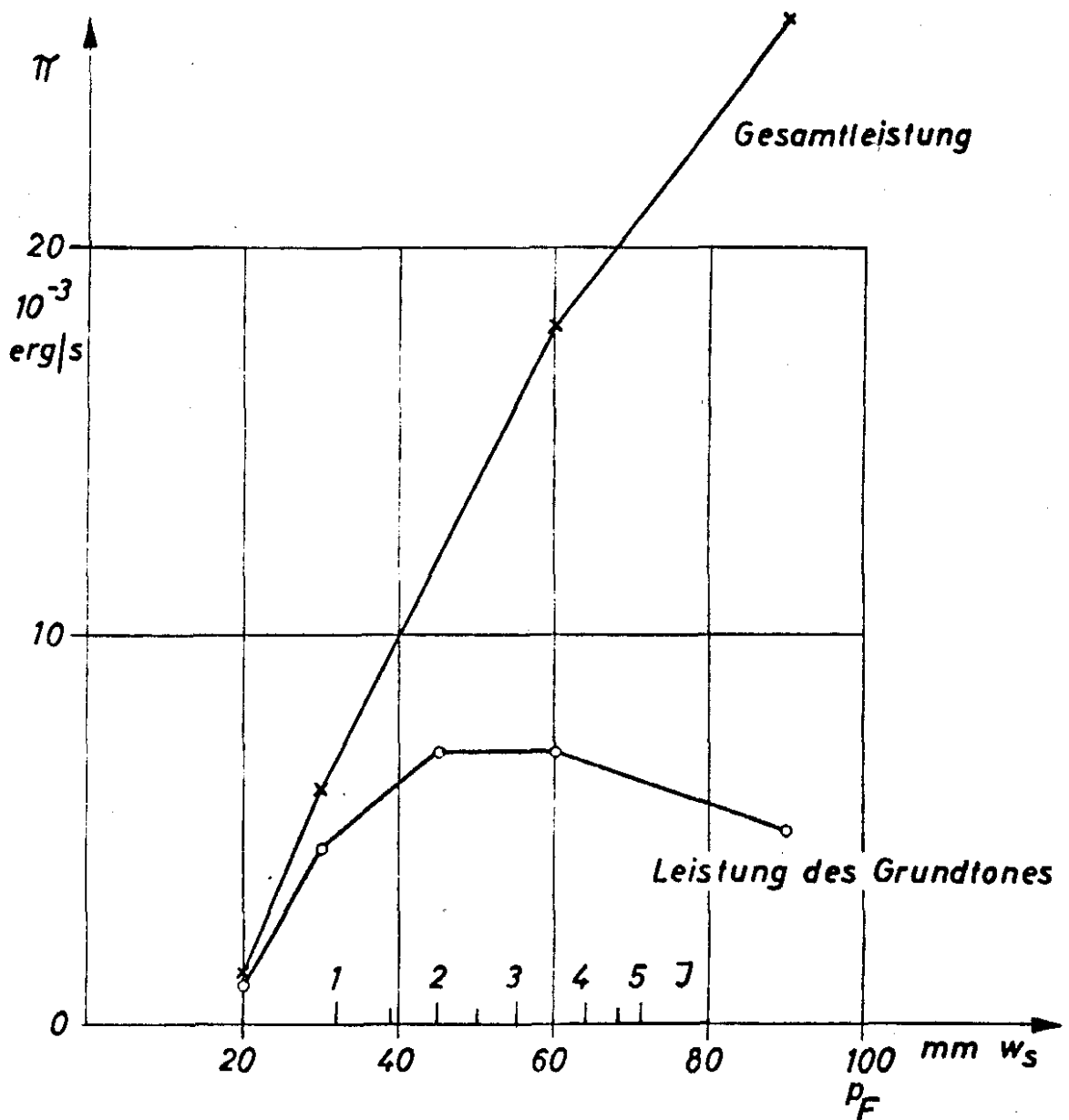


Abb. 5 Abgestrahlte Gesamtleistung und Grundtonleistung einer Prinzipalpfeife c^1 in Abhängigkeit vom Betriebsdruck p_F bzw. der Intonationszahl I (siehe Gl. 6)

Angeregt wird die Pfeife durch die periodische Luftzufuhr, die der pendelnde Strahl bewirkt. Diese Schallanregung enthält, außer der Frequenz mit der der Strahl pendelt, noch eine Reihe exakt ganzzahliger Vielfacher dieser Pendelfrequenz (Bild 7b). Der Anregungsschall wird nun durch die Pfeifenresonanzen verstärkt, und zwar um so mehr, je besser die jeweilige Anregungsfrequenz mit einer Resonanzstelle zusammenfällt (Bild 7c). Da die Resonanzstellen gegenüber der harmonischen Lage nach höheren Frequenzen hin verschoben sind und außerdem bei niedrigen Betriebsdrücken die Anregungsfrequenz unterhalb der Resonanzfrequenz liegt, wird nur der Grundton nennenswert verstärkt. Höhere Teiltöne entwickeln sich erst mit wachsendem Betriebsdruck. Mit dem

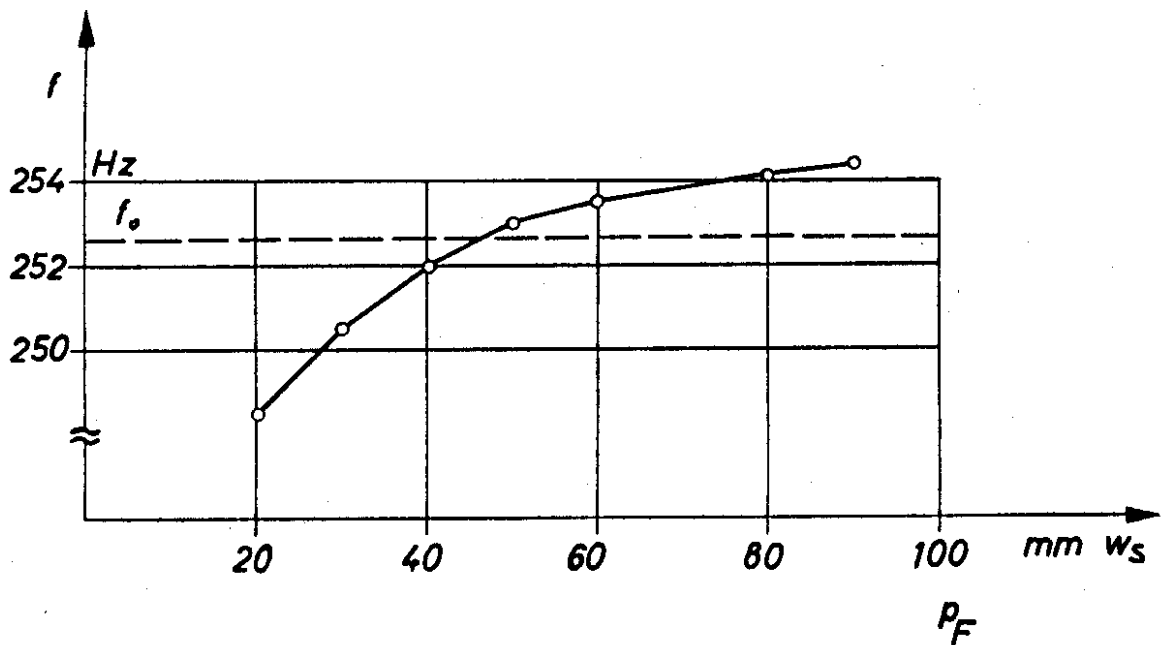


Abb. 6 Pfeifenfrequenz einer Prinzipalpfeife c^1 in Abhängigkeit vom Betriebsdruck p_F

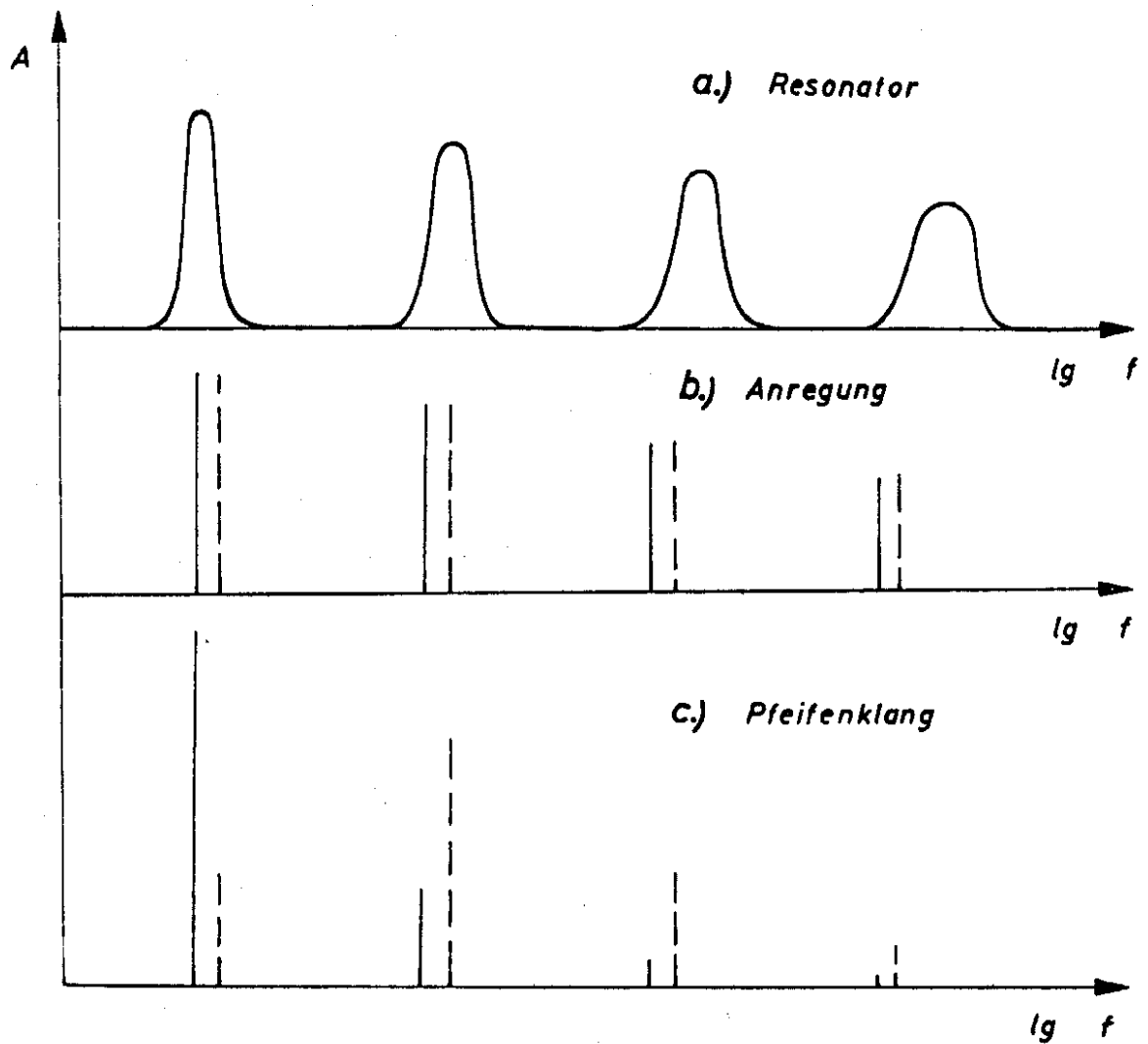


Abb. 7 Veränderung des Spektrums des Pfeifenklanges (c) bei Verschiebung der Grundfrequenz des sonst unveränderten harmonischen Anregungsspektrums (b) relativ zu den etwas unharmonisch liegenden Resonanzüberhöhungen des Resonators (a)

Betriebsdruck verschiebt sich das harmonische Anregungsspektrum relativ zu den unharmonischen Resonanzstellen (Bild 7). Dadurch verringert sich der Frequenzunterschied zwischen den höheren Anregungsteiltönen und den dazugehörigen Resonanzstellen, und die höheren Teiltöne werden besser verstärkt. Bei weiterer Steigerung des Betriebsdruckes wird die Anregungsfrequenz höher als die Grundresonanz der Pfeife. Das hat zur Folge, daß der Grundton in diesem Bereich mit zunehmendem Betriebsdruck schwächer wird, die höheren Teiltöne dagegen stark anwachsen (s. Bild 5).

Pfeifendurchmesser

Die Beschreibung der Klangfarbenänderung mit wachsendem Betriebsdruck kann sofort auf den Einfluß des Pfeifendurchmessers bezogen auf die Pfeifenlänge ausgedehnt werden. Wie schon oben angedeutet, liegen die Oberresonanzen bei weiten Pfeifen weiter von der harmonischen Lage entfernt, als bei engen Pfeifen. Dadurch fallen die exakt harmonisch liegenden Teiltöne der Anregung mit steigender Ordnungszahl immer stärker aus den Gebieten der Resonanzverstärkung heraus. Die weiten Pfeifen klingen deshalb grundtöniger und weicher als die engen.

Richtung des Windbandes

Bei festliegendem Winddruck und gegebenem Pfeifendurchmesser bestehen noch verschiedene Möglichkeiten, die Klangfarbe zu beeinflussen. In engem Zusammenhang mit den vorangegangenen Erklärungen steht der Einfluß der Richtung des Windbandes zum Oberlabium. Tritt das Windband genau in Richtung auf das Oberlabium aus der Kernspalte, so ist bei offenen Pfeifen die Pendelbewegung des Windbandes genau symmetrisch. Dadurch bläst das Windband in der Hälfte der Schwingungsdauer Luft in die Pfeife. Diese periodische Luftzufuhr stellt die Anregung der Pfeife dar. Als grobe Näherung des Zeitverlaufes der Luftzufuhr kann in diesem Fall eine Rechteckschwingung angenommen werden (Bild 8). Unter dem Zeitverlauf ist das dazugehörige Amplitudenspektrum qualitativ dargestellt. Mit wachsender Ordnungszahl nimmt die Teiltonamplitude ab. Läßt man das Windband aber nicht genau gegen das Oberlabium strömen, sondern wie es bei Gottfried Silbermann üblich war, stärker nach außen strömen, so tritt nur in einem kleinen Bruchteil der Schwingungsdauer Luft in die Pfeife. Der Anregungszeitverlauf ist idealisiert in Bild 9 mit dem dazugehörigen qualitativen Amplitudenspektrum dargestellt. Jetzt nehmen die Amplituden der Obertöne mit wachsender Ordnungszahl viel langsamer ab. Durch die Maßnahme wird gleichzeitig der Einschwingvorgang verlangsamt. Eine Verschiebung der mittleren Ausströmrichtung vom Oberlabium weg, hat also eine Verschärfung des Klanges und einen weicheren Einschwingvorgang zur Folge.

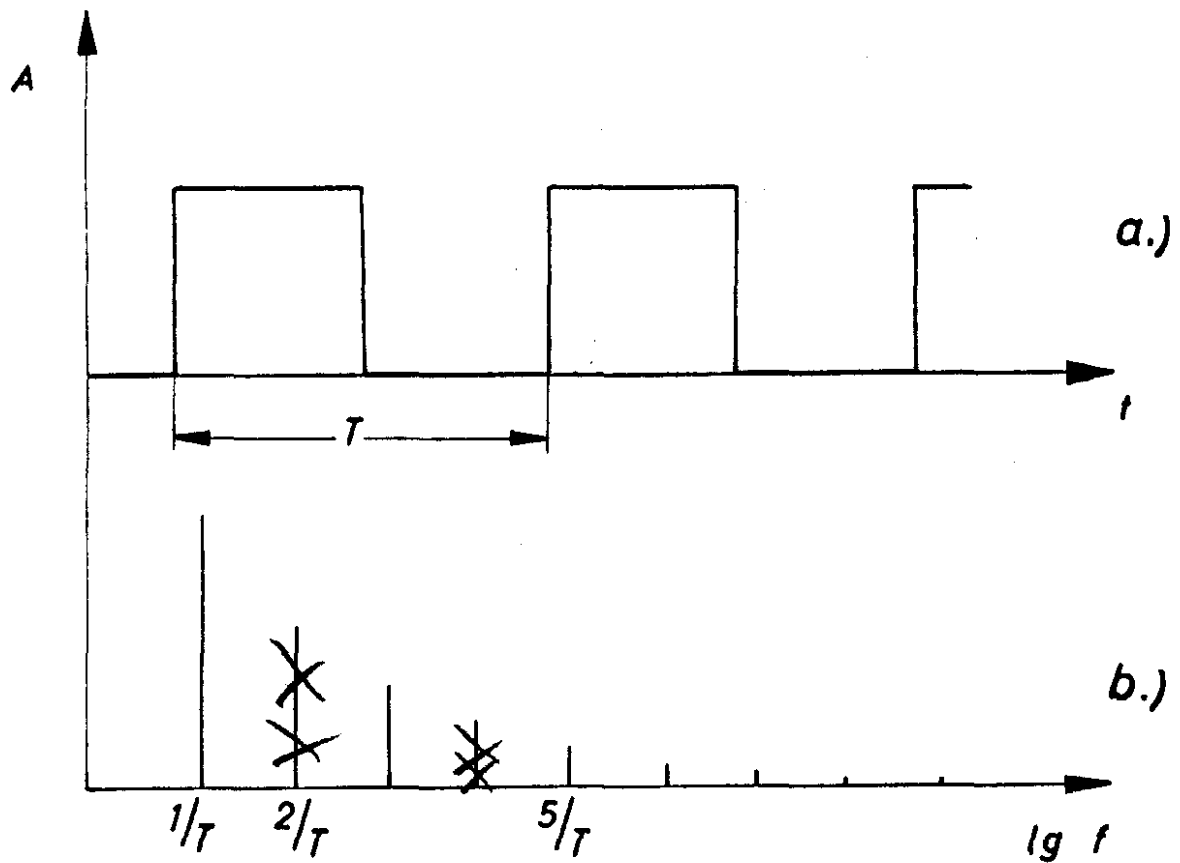


Abb. 8 a) Zeitverlauf der Anregung einer offenen Orgelpfeife, wenn die Austrittsrichtung des Windbandes aus der Kernspalte auf das Oberlabium gerichtet ist
 b) Dazugehöriges Amplitudenspektrum (qualitativ)

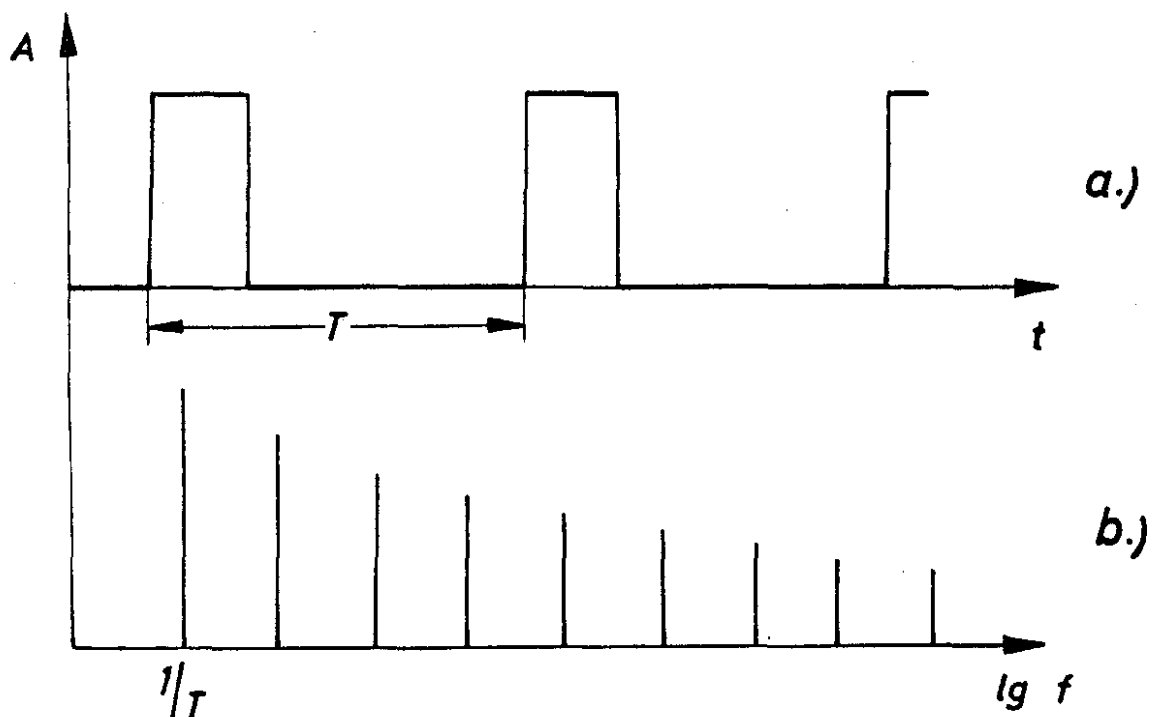


Abb. 9 a) Zeitverlauf der Anregung einer offenen Orgelpfeife, wenn die Austrittsrichtung des Windbandes aus der Kernspalte am Oberlabium vorbei nach außen gerichtet ist
 b) Dazugehöriges Amplitudenspektrum (qualitativ)

Labiumhöhe

Eine Vergrößerung der Labiumhöhe läßt den Klang grundtöniger werden. Gleichzeitig verringert sich die Pfeifenfrequenz relativ zur Resonanzfrequenz f_0 , die ihrerseits etwas erhöht wird.

Labiumbreite

Eine Vergrößerung der Labiumbreite ohne Änderung aller anderen Pfeifenparameter erhöht im wesentlichen die Lautstärke der Pfeife.

Kernspaltweite

Eine Vergrößerung der Kernspaltweite erhöht die abgestrahlte Schallleistung mit gleichzeitiger sehr geringer Frequenzerhöhung und Verschärfung des Pfeifenklanges.

Resonatorlänge

Der Vollständigkeit halber muß noch erwähnt werden, daß eine Vergrößerung der Länge des Pfeifenresonators nicht nur die Frequenz erniedrigt, sondern gleichzeitig wie eine Verringerung der Aufschnitthöhe wirkt.

Bärte

Durch seitliche Bärte oder Kastenbärte wird die Längenkorrektur am Maul vergrößert. Wie in Gleichung 7 gezeigt werden wird, führt das aber zu einer Verstärkung der Lautstärke und gleichzeitig zu einer Erniedrigung der Resonanzfrequenz. Kernstiche sind heute nicht mehr üblich und sollen hier nicht behandelt werden.

Intonationszahl und Arbeitspunkt

Wir haben jetzt eine Fülle von Parametern vor uns, die in sehr komplexer Weise den Pfeifenklang beeinflussen. Die Betrachtung der Einzelgrößen führt aber nicht wesentlich weiter. Deshalb wollen wir im folgenden gesetzmäßige Zusammenhänge zwischen einigen dieser Parameter und dem Pfeifenklang ableiten. Zunächst betrachten wir die Parameter Labiumhöhe r , Kernspaltweite h_0 , Betriebsdruck p_F , und Pfeifenfrequenz f , die bei offenen Pfeifen gegeben ist durch

$$f = \frac{C}{2(L + \Delta L_M + \Delta L_R)} \quad (1a) \text{ mit } C: \text{ Schallgeschwindigkeit} \\ L: \text{ Resonatorlänge}$$

Die Mündungskorrektur am

$$\text{Maul beträgt: } \Delta L_M = 0,73 \frac{S}{\sqrt{S_M}} \quad (2) \text{ mit } S: \text{ Querschnittsfläche des Resonators} \\ S_M: \text{ Querschnittsfläche des Mauls}$$

an der oberen Resonatoröffnung:

$$\Delta L_R = 0,34 \sqrt{S} \quad (3)$$

Bei gedackten Pfeifen gilt

$$f = \frac{c}{4(L + \Delta L_M)} \quad (1b)$$

Wir haben also ein System mit vier willkürlich veränderlichen Größen vor uns (Labiumhöhe, Kernspaltweite, Betriebsdruck und Frequenz), bei dem eine Änderung einer jeden dieser Größen den Klang (bestimmt durch Frequenzen und Amplituden der Teiltöne) unterschiedlich beeinflusst. Um dieses komplizierte System beherrschen zu lernen, soll ein Ähnlichkeitsgesetz abgeleitet werden, das es gestattet, klanglich ähnliche Pfeifen zu bauen, d.h. Pfeifen gleicher Mensur, die bei freiwählbarer Lautstärke und Grundfrequenz gleiche Klangfarbe besitzen.

Ein Beispiel aus der Strömungslehre:

In der Strömungslehre spielen solche Ähnlichkeitsgesetze eine wichtige Rolle. Es sei z. B. an das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz erinnert. Der Strömungszustand ist abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit v , der Dichte ρ und der Zähigkeit η des Gases und einer geometrischen Abmessung (z. B. bei einer Rohrströmung der Rohrradius r). Stehen diese vier Größen in einem solchen Verhältnis zueinander, daß der aus ihnen gebildete Ausdruck $Re = r\rho v/\eta$ bei verschiedenen Strömungen denselben Zahlenwert ergibt, so besteht in allen Fällen derselbe Strömungszustand. Die Zahl Re wird Reynoldsche Zahl genannt und ist, wie man leicht nachprüfen kann, dimensionslos, die physikalischen Dimensionen sind in diesem Fall:

$$r: [\text{cm}], \rho: [\text{g/cm}^3], v: [\text{cm/s}], \eta [\text{g/cm} \cdot \text{s}].$$

Allgemein bekannt sind die Strömungszustände laminar und turbulent. Bei Rohrströmungen ist unterhalb der Reynoldsschen Zahl $Re = 1160$ die laminare Strömung stabil d.h. Störungen werden ausgeglichen. Bei größeren Reynoldsschen Zahlen führt jede geringe Störung zum Umschlag in die turbulente Strömungsform. Für luftdurchströmte Rohre bekommt man aus dieser Zahl einen Grenzwert von Geschwindigkeit mal Rohrradius $v \cdot r = 170 \text{ cm}^2/\text{s}$ unterhalb dessen die Strömung laminar verläuft. Für die Anwendung ist es oft einfacher, den Luftverbrauch Q in cm^3/s zu bestimmen. Dieser Wert ist dann durch den mit $\pi/2$ multiplizierten Rohrdurchmesser \varnothing zu dividieren, um auf den Wert $v \cdot r$ zu kommen. Die Bedingungen für Laminarität bei luftdurchströmten Rohren heißt also:

$$v \cdot r = \frac{2}{\pi} \frac{Q}{\varnothing} < 170 [\text{cm}^2/\text{s}].$$

Nach diesem rein strömungstechnischen Beispiel kehren wir zu den Labialpfeifen zurück.

Arbeitspunkt und Intonationszahl

In dem Ähnlichkeitsgesetz für Labialpfeifen, die ja strömungsakustische Schallsender sind, müssen auch vier Größen wie bei der Reynoldsschen

Zahl so kombiniert werden, daß eine dimensionslose Zahl entsteht. Es wäre allerdings sehr mühevoll, verschiedene dimensionslose Kombinationen der vier Größen zu bilden und die Richtigkeit deren Anordnung dann experimentell zu erproben. Stattdessen wollen wir durch Betrachtung eines strömungstechnischen Gesetzes die allein gültige Anordnung ableiten.

Aus der Kernspalte tritt das Windband aus. Seine Geschwindigkeit an der Kernspalte ist durch den Betriebsdruck bestimmt nach der Zahlenwertgleichung

$$v_0/[cm/s] = 400 \sqrt{P_F/[mm \text{ WS}]} \quad (4)$$

Man erhält die Geschwindigkeit v_0 in cm/s, wenn man die Quadratwurzel aus dem Betriebsdruck gemessen in mm Wassersäule mit dem Zahlenwert 400 multipliziert. Der Index 0 soll andeuten, daß die Geschwindigkeit direkt vor der Kernspalte gemeint ist, denn mit zunehmendem Abstand von der Spalte nimmt die Strahlgeschwindigkeit ab. Außerdem wächst aber die Strahlbreite h mit zunehmendem Abstand (man kann sich diesen Tatbestand leicht vergegenwärtigen, indem man gegen den Finger bläst und ihn in dem Luftstrahl bewegt). Unabhängig von der Lauflänge des Strahls bleibt aber das Produkt aus der Geschwindigkeit und der Quadratwurzel der Breite des Strahls konstant,

$$v_0 \sqrt{h_0} = v \sqrt{h} = \text{const.} \quad (5)$$

mit h_0 Kernspaltweite (dieser Zusammenhang ergibt sich aus dem Gesetz konstanten Impulsflusses der Strömungstechnik). Da das gesuchte Ähnlichkeitsgesetz für beliebige Pfeifengrößen gültig sein soll, dürfen also Geschwindigkeit und Breite des Strahls nur in Form des Produktes $v_0 \sqrt{h_0}$ auftreten. Damit sind bereits zwei der vier Größen festgelegt: die Kernspaltweite und die Windgeschwindigkeit, die ja nach Gleichung 4 in eindeutigen Zusammenhang mit dem Betriebsdruck steht. Es verbleiben die Aufschnitthöhe und die Pfeifenfrequenz. Da die gesuchte Intonationszahl wie die Reynoldsche Zahl dimensionslos sein muß und das Produkt $v_0 \sqrt{h_0}$ mit der Dimension $cm/s \sqrt{cm}$ darin enthalten ist, ergeben sich die Potenzen der beiden anderen Größen zwangsläufig. Die Frequenz f hat die Dimension $1/s$ und ist mit der 1,5. Potenz der Aufschnitthöhe $e^{1.5}$ oder $e\sqrt{e}$ zu multiplizieren. Wir erhalten also die gesuchte Intonationszahl

$$I = \frac{v_0 \sqrt{h_0}}{f e\sqrt{e}} \quad (6)$$

die den Schwingungszustand der Pfeife charakterisiert. Stimmen zwei Pfeifen gleicher Mensur in ihren Intonationszahlen überein, so haben sie die gleiche relative Abweichung zwischen der Pfeifenfrequenz f und Re-

sonanzfrequenz f_0 . Die Folge davon ist, daß ihre Obertöne bezogen auf den Grundton gleich sind. Hat die Intonationszahl den Zahlenwert $I = 2$, so stimmen bei allen so intonierten Pfeifen die Pfeifenfrequenz f und die Resonanzfrequenz f_0 überein. Wie schon oben erwähnt, hat in diesem Fall, wo die Pfeife genau in ihrer Resonanz betrieben wird, die akustisch erzeugte Leistung bezogen auf die mechanische Anblasleistung ein Maximum. Das Verhältnis von akustischer Leistung zur Anblasleistung wird als Wirkungsgrad bezeichnet. Für den Orgelbau ist die Frage des Wirkungsgrades in den meisten Fällen belanglos. Ein leistungsstarkes Gebläse ist relativ zur Gesamtorgel kein großes Wertobjekt. Nur bei den größten Pfeifen, wo auch die Windführung sehr weit sein muß, ist der maximale Wirkungsgrad erstrebenswert. Allerdings ist bei der Intonationszahl $I = 2$ nicht nur der Wirkungsgrad maximal sondern auch der Ansprechvorgang verläuft optimal schnell, was wieder bei den großen Pfeifen von besonderer Wichtigkeit ist. Man wird nun aber keineswegs alle Register auf diesen optimalen Arbeitspunkt mit $I = 2$ intonieren. Damit würden die charakteristischen Eigenschaften verschiedener Register zu sehr abgeschwächt werden. Bei dem optimalen Arbeitspunkt klingt jede Pfeife sehr grundtönig. Erhöhung der Intonationszahl führt zur Verschärfung der Klangfarbe. Ein Prinzipal wäre z. B. normalerweise bei $I = 2,5$ bis $I = 3$ richtig intoniert. Nur die tiefste Oktave der Achtfußregister und entsprechend die beiden tiefsten Oktaven der Sechzehnfußregister sollten wegen der Einschwingzeit auf $I = 2$ intoniert sein. Wird die Intonationszahl noch niedriger als $I = 2$ gewählt, so verlängert sich genau wie bei einer Erhöhung die Einschwingzeit; die Klangfarbe wird aber sehr weich und flötenartig. Die Kenntnis des hier besprochenen Ähnlichkeitsgesetzes, ausgedrückt durch die Intonationszahl I , gibt uns also erstmals die Möglichkeit, die Intonation quantitativ zu beschreiben und vor auszuplanen. Von großer Wichtigkeit ist in diesem Zusammenhang, daß der Arbeitspunkt einer Pfeife vom Aufstellungsort im Raum unabhängig ist, nicht dagegen die Schallabstrahlung.

Schalldruck im Raum

Bisher haben wir nur den Arbeitspunkt durch die Intonationszahl I festgelegt. Es muß nun der Schalldruck, den eine Pfeife in einem Raum erzeugt, aus ihren geometrischen Maßen, dem Betriebsdruck und den Raumeigenschaften bestimmt werden. Eine genaue Herleitung der gesuchten Formel würde allerdings den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen.

Ausgangspunkt der Berechnung der Lautstärke ist die Formel 7.7 aus Literatur II, die den Schallfluß q in der Orgelpfeife beschreibt. Wie Messungen an einer großen Anzahl von Orgelpfeifen ergaben, kann diese Formel für den praktischen Gebrauch stark vereinfacht werden. Sie lautet dann:

Fläche!

$$q = 2 \sqrt{s_0 v_0 f \Delta L_M \frac{S_M^2}{S}} \quad (7)$$

(mit s_0 Kernspaltweite, v_0 Windgeschwindigkeit an der Kernspalte, ΔL_M Längenkorrektur am Maul, S_M Fläche des Mauls, S Resonatorquerschnitt).

Setzt man noch aus Gleichung (2) die Längenkorrektur des Mauls ΔL_M ein, so fällt die Querschnittsfläche S der Pfeife heraus und es bleibt der Ausdruck

$$q = 1,7 \sqrt{s_0 v_0 f S_M \sqrt{S_M}} \quad (7a)$$

Die in das Freifeld (ohne Reflexion) abgestrahlte Schalleistung II einer Schallquelle mit gegebenem Fluß q ist dem Akustiker bekannt und beträgt

$$II = \pi \frac{\rho}{c} f^2 q^2 \quad (8)$$

(mit ρ Dichte, c Schallgeschwindigkeit der Luft). Ebenso ist der Schalldruck p bekannt, den eine Quelle mit gegebener Schalleistung in einem Raum mit dem Volumen V und der Nachhallzeit T erzeugt:

$$p = c \sqrt{\frac{\rho}{13,8} \frac{II T}{V}} \quad (9)$$

Die Nachhallzeit ist frequenzabhängig. Es muß deshalb in Gleichung (9) die Nachhallzeit T bei der Frequenz der zu untersuchenden Pfeife eingesetzt werden. Aus den Gleichungen (7-9) erhält man den gesuchten Ausdruck für den Schalldruck, den eine bestimmte Pfeife in einem Raum erzeugt. In dieser Gleichung stehen neben akustischen Konstanten die maßgeblichen Raumeigenschaften, Volumen und Nachhallzeit und die Pfeifenparameter Frequenz, Windgeschwindigkeit (bzw. nach Gleichung (4) Betriebsdruck), Maulbreite, Maulhöhe und Kernspaltweite. Es sei noch erwähnt, daß der Schalldruck nicht direkt von der Querschnittsfläche des Pfeifenresonators abhängig ist, indirekt aber mit diesem über die Maulbreite in Verbindung steht.

Von den Pfeifenparametern sind die Frequenzen vorgegeben und bei ungekulbten Pfeifenfüßen der Betriebsdruck für alle Pfeifen nahezu konstant und in einem weiten Bereich frei wählbar. Es bleiben noch drei geometrische Größen zu bestimmen, dafür steht noch eine weitere Gleichung zur Verfügung. Es ist die Gleichung (6), die den Arbeitspunkt festlegt. Damit erhalten wir aber als zusätzliche Größe die Intonationszahl I . In diesem System mit vier Unbekannten und zwei Gleichungen können zwei Unbekannte willkürlich gewählt werden. Die beiden anderen sind dann zwangsläufig festgelegt. Erinnern wir uns aber an die Ausführungen zu Beginn über den Einfluß des Verhältnisses Durchmesser zu Länge der Pfeife und der Intonationszahl I auf die Klangfarbe, so ist einleuchtend,

daß schon mit der Wahl der gewünschten Klangfarbe – also der Art des Registers – auch die Intonationszahl und die Pfeifenweiten weitgehend festliegen. Damit bleibt auch nur noch ein geringer Spielraum, innerhalb dessen die Maulbreite b festgelegt werden kann. Nach diesen Festlegungen haben wir nur noch zwei Unbekannte, die durch zwei Gleichungen eindeutig bestimmbar sind.

Für einzelne Pfeifen wäre es ohne weiteres möglich, dieses Gleichungssystem zu lösen, für die Vielzahl der Pfeifen einer Orgel wäre aber dieses Vorgehen ungeheuer mühevoll. Das Problem ist dagegen mit einer elektronischen Rechenanlage leicht zu bewältigen. Ein entsprechendes Programm wurde für eine elektronische Rechenanlage ausgearbeitet. *)

Vorausplanung einer Orgel

Damit kann die Planung einer neuen Orgel folgendermaßen ausgeführt werden: Die Nachhallzeit des Raumes, in dem die Orgel stehen soll wird in Abhängigkeit von der Frequenz in Oktavabständen gemessen. Diese Werte zusammen mit dem Raumvolumen werden im Rechner gespeichert.

Die Hauptarbeit besteht nun darin, ein künstlerisches Konzept der Orgel mit allen Details auszuarbeiten, so daß letztlich die Lautstärkeverläufe jedes einzelnen Registers, bei Mixturen usw. jeder einzelnen Pfeifenreihe, angegeben werden können. Dieses Konzept ist unter besonderer Berücksichtigung des Plenumklanges zu entwerfen, denn gerade in der Gestaltung der durch viele Einzelpfeifen erzeugten Gesamtfarbe liegt die große Stärke dieses Verfahrens. Hierbei wird durch den Grundton der Pfeifen einer Fußlage in der Regel jeweils ein Teilton des Gesamtklanges realisiert. Bei Prinzipalen ist auch der erste Oberton zu berücksichtigen. Die höheren Teiltöne der Pfeifen von Plenumregistern sind soviel schwächer als ihre Grundtöne, daß sie beim Gesamtklang nicht berücksichtigt zu werden brauchen.

Anders liegt der Fall bei den obertonreichen Soloregistern. Diese haben aber keine Funktion im Plenumklang und werden daher gesondert behandelt. Bei ihrer Planung kommt es vorwiegend auf ihre Lautstärke im Verhältnis zur Lautstärke einiger Begleitstimmen aus den Plenumregistern an.

Nach diesen Überlegungen muß die Empfindungsgröße »Lautstärke« in die physikalische Größe »Schalldruck« übertragen werden. Das kann bei obertonarmen Registern leicht mit Hilfe der Kurven gleicher Lautstärke geschehen. Bei Soloregistern ist das nicht so einfach, weil hier die Gesamtlautstärke eines obertonreichen Klanges erfaßt werden muß. Auf

*) der Verfasser dankt Herrn cand. ing. W. Gubatz für die Erstellung dieses Programms.

diese Weise erhält man die gewünschten Schalldruckverläufe der einzelnen Register, die ebenfalls in dem Rechner gespeichert werden.

Es werden nun nach Erfahrungswerten entsprechend dem Klangcharakter der geplanten Register die Pfeifendurchmesser (Mensuren), die Verhältnisse der Maulbreite zu den Pfeifendurchmessern und die Intonationszahlenwerte festgelegt. Alle diese Größen können sich mit der Tonhöhe ändern. Ihre Verläufe werden durch einzelne Werte, zwischen denen linear interpoliert wird, festgelegt und im Rechner gespeichert.

Als letzte Angaben werden noch die Frequenzbereiche der einzelnen Register und der Betriebsdruck im Rechner gespeichert; das Programm kann gestartet werden.

Als Ergebnisse druckt der Rechner in Listenform die geometrischen Maße jeder einzelnen Pfeife aus. Es werden dabei sowohl die vorgegebenen wie die berechneten Größen ausgedruckt, so daß der Pfeifenmacher alle notwendigen Angaben zusammen hat. Die Liste enthält also unter den Registernamen die Angaben: Pfeife offen oder gedackt, Querschnitt rund oder quadratisch und für jede einzelne Pfeife die Maße für die Resonator-Länge und Weite, die Maulbreite und -höhe, die Kernspaltweite und den Fußbohrungsdurchmesser. Das Pfeifenmaterial und die Wandstärke werden weiter nach Erfahrungswerten gewählt, ebenso die Länge des Pfeifenfußes.

Die Durchmesser der Fußbohrungen brauchen nicht sehr genau eingehalten zu werden, die Fußbohrung soll etwa eine zehnmal größere Querschnittsfläche haben, als die Kernspalte. Dabei werden natürlich ungekulppte Füße vorausgesetzt. Maulbreite und -höhe sind auf etwa 0,5 mm genau einzustellen, die Kernspaltweite muß sogar auf 0,1 mm genau gearbeitet werden.

Einfluß des Aufstellungsortes im Raum auf die Schallabstrahlung

Man wird sich nun fragen, ob diese Präzision nicht sinnlos ist, da der endgültige Aufstellungsort in dem nur durch Nachhallzeit und Volumen gekennzeichneten Raum die Schallabstrahlung beeinflusst. Berechnungen des Raumeinflusses auf die Schallabstrahlung (Lit. VI, VII) haben ergeben, daß bei einem Abstand D zwischen Pfeifen und Wand von mehr als $\frac{1}{4}$ Wellenlänge 98% aller Pfeifen auf ± 2 dB genau die berechnete Schallleistung abstrahlen, so daß sich in diesem Fall eine Intonation fast vollständig erübrigt. Dieser minimale Wandabstand sollte deshalb auch stets bei einem transportablen Instrument eingehalten werden. Schränkt man die Bedingung so ein, daß der minimale Abstand D der Pfeifen 30 cm betragen soll, so erfüllen alle Pfeifen oberhalb der c^1 -Lage die Bedingung $D > \frac{\lambda}{4}$. Von den Pfeifen der tieferen Lage ist bei etwa 20% eine zu geringe Schallabstrahlung zu erwarten. Eine unzulässige Überschreitung des be-

rechneten Wertes der Schallabstrahlung kann nur in seltenen Ausnahmefällen auftreten (einige % Wahrscheinlichkeit bei den Pfeifen unterhalb der C-Lage). Eine nachträgliche Vergrößerung der Schallabstrahlung kann leicht erreicht werden, indem die Kernspaltweite vergrößert wird und entsprechend Gleichung (6) die Maulhöhe etwas vergrößert wird, damit die Intonationszahl konstant bleibt. Müßte die Spaltweite verringert werden, so würde dadurch die Intonationszahl verändert, da nun die Maulhöhe zu groß wäre. Es ist also sehr wichtig, daß fast alle Abweichungen vom Rechenwert nach zu kleinen Schalldrücken hin verschoben sind. Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, trotz der notwendigen Nachintonation am endgültigen Aufstellungsort alle Pfeifen nach den berechneten Werten genau zu bauen. Dabei wird sowohl die Aufschnitthöhe als auch die Kernspaltweite vom Pfeifenmacher mit den angegebenen Toleranzen exakt eingestellt. Es entfällt also die Vorintonation in der Werkstatt, dieses gefühlsmäßige Herantasten an den richtigen Arbeitspunkt. Dabei ist es klar, daß mit Hilfe von exakten Berechnungen und Messungen die Arbeitspunkte schneller und genauer eingestellt werden können, als bei der Vorintonation.

Vorteile der Berechnung der Pfeifen

Der Bau der Pfeifen nach vorher berechneten Maßen hat außerdem den großen Vorteil gegenüber der Werkstatt-Vorintonation, daß die überwiegende Mehrzahl aller Pfeifen einer Orgel am endgültigen Aufstellungsort die vorausgeplante Lautstärke erzeugen. Dadurch hat der Intonateur nicht mehr die kolossal mühevollen Aufgabe, durch Vergleich von jeweils zwei Pfeifen einen ausgeglichenen Gesamtklang aller Pfeifen (bei 20 Registern über 1000 Pfeifen!) anzunähern. Dieses Ziel wird bei der rein gehörsmäßigen Intonation durch stehende Wellen, die durch Reflexion an den Raumbegrenzungsflächen entstehen, sehr erschwert. Deutlich wird diese Erscheinung wenn man sich beim Ertönen einer großen Pfeife im Raum hin und her bewegt. Bei diesem Versuch strahlt die Pfeife eine gleichbleibende Schalleistung in den Raum ab. Verändert man dagegen den Ort der Pfeife, so wird dadurch die abgestrahlte Schalleistung beeinflusst. Die Schalldruckverteilung im Raum hat dann einen veränderten Mittelwert. Durch die Intonation soll aber gerade dieser Mittelwert richtig eingestellt werden.

Das neue Verfahren liefert nun bereits ohne Vorintonation bei sorgfältiger Pfeifenherstellung im großen und ganzen den vom Orgelbauer gewünschten Klang. Der Intonateur braucht nur noch geringe Abweichungen von diesem Gesamtklang bei weniger als 10% aller Pfeifen auszugleichen. In seltenen Fällen kann es auch bei Pfeifen der tieferen Lage in breiten, nicht unterteilten Gehäusen zu sehr schlechter Schallabstrahlung kommen. In diesem Fall ist es notwendig, eine solche Pfeife an

einen für die Schallabstrahlung günstigeren Platz zu versetzen. Bei sorgfältiger Planung einer Orgel lassen sich aber solche Fehler von vornherein vermeiden.

Durch die beschriebene Berechnungsmethode können Fehler bereits in der Planung erkannt und behoben werden. Beim Überprüfen der Maßlisten sieht man sofort, ob die Rechnung technisch realisierbare Kernspaltweiten geliefert hat. Sollten in Einzelfällen zu große oder zu kleine Kernspaltwerte erscheinen, so muß hier die Maulweite, und damit die Mensur korrigiert werden. Sind die Kernspalten im ganzen zu groß oder zu klein, so kann dieses leichter durch die Änderung des Betriebsdruckes korrigiert werden. Bei sehr großen Räumen mit geringen Nachhallzeiten wird man eventuell auch die geplante Lautstärke in den tiefen Lagen reduzieren müssen, und damit das ganze Konzept überarbeiten. Auf jeden Fall werden bei dieser Planung schon durch die Rechnung Fehler offenbar, die bei der herkömmlichen Arbeitsweise erst das fertige Instrument zeigen konnte. Damit wird eine hohe Klangqualität des so geplanten Instruments gewährleistet.

Literatur

- I v. HELMHOLTZ, H.: Lehre von den Tonempfindungen. Verlag Vieweg, Braunschweig (1877) S. 154
- II ISING, H.: Über die Klangerzeugung in Orgelpfeifen. Diss. Berlin (1969)
- III RAYLEIGH, J. W.: Theory of Sound II, 2nd edition. London (1929) § 365
- IV CREMER, L., ISING, H.: Die selbsterregten Schwingungen von Orgelpfeifen. Acustica Vol. 19, (1967/68), 143
- V MEYER, J.: Über Resonanzeigenschaften und Einschwingvorgänge an labialen Orgelpfeifen. Diss. Braunschweig (1960)
- VI MALING, G. C.: Calculation of the Acoustic Power radiated by a Monopole in a Reverberation Chamber. JASA Vol. 42 (1967), 859
- VII FRANZ, G., ISING, H., MEINUSCH, P.: Schallabstrahlung von Orgelpfeifen. Acustica Vol. 22 (1969/70), 226